

CUADERNO DE VERANO.

MATEMÁTICAS 4º E.S.O.



LA FONTAINE (Burjassot)

**Colegio de Educación Infantil, Primaria y Secundaria
Obligatoria**

Los ejercicios complementarios de matemáticas, están divididos por temas. Puedes consultar en los apuntes y en las páginas del libro de texto correspondientes a cada uno de esos temas.

Tema 1

1. Representa en la recta real los siguientes intervalos y contesta a las preguntas:

- a) $[-4, 2]$ ¿Pertenece el 6 al intervalo? ¿Y el -3 ?
- b) $[3, 7)$ ¿Pertenece el 3 al intervalo? ¿Y el $4'6$? ¿Y el 7?
- c) $(2, 13)$ ¿Pertenece el 3 al intervalo? ¿Y el $0'6$? ¿Y el 13?
- d) $[-1, 5)$ ¿Pertenece el 1 al intervalo? ¿Y el -5 ?
- e) $[-6, +\infty)$ ¿Pertenece el -6 a la semirrecta? ¿Y el 3? ¿Y el 120?
- f) $(2, +\infty)$ ¿Pertenece el 2 a la semirrecta? ¿Y el 32? ¿Y el 12300000?

2. Racionaliza los radicales siguientes:

a) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

e) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

f) $\frac{4}{\sqrt{6}}$

3. Racionaliza los denominadores, esto es, elimina las raíces del denominador, multiplicando por la expresión adecuada (ojo, las raíces no son cuadradas) y simplifica el resultado:

a) $\frac{20}{\sqrt[4]{5^3}}$

b) $\frac{10}{\sqrt[3]{5}}$

4. racionaliza los denominadores y simplifica:

a) $\frac{2}{4 + \sqrt{3}}$

b) $\frac{14}{4 - \sqrt{2}}$

5. Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[15]{a^5}$

b) $\sqrt[12]{a^3b^6}$

c) $(\sqrt[12]{2})^{10}$

d) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{a^9b^{12}}}$

6. Extrae factores de los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{32x^6}$

b) $\sqrt[5]{5^7x^5y^6z^{10}}$

c) $\sqrt{\frac{16a^4b^3}{8c^6}}$

7. Opera los radicales, simplificando y/o extrayendo factores después:

a) $\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 9\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{2a^2} \cdot \sqrt[3]{4a^4} \cdot \sqrt[3]{3ab^6}$

c) $\frac{\sqrt[6]{64xy^9}}{\sqrt{x^2y}}$

d) $\sqrt[4]{x^9y^8}$

Tema 2

8. Realiza las siguientes divisiones de polinomios:

a)
$$\frac{2x^4 + 2x^2 - 2x + 3}{x^2 - 3x + 1}$$

b)
$$\frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 2}{x - 2}$$

c)
$$\frac{3x^4 - 2x^3 + x - 5}{x^2 - x + 2}$$

d)
$$\frac{x^3 + 2x^2 - 5x + 1}{x - 3}$$

9. Factoriza los polinomios siguientes:

a) $P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$

b) $Q(x) = x^4 - 16$

c) $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

d) $Q(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 8x - 12$

10. Simplifica las fracciones algebraicas siguientes:

a)
$$\frac{6x^2 - 4x}{3x - 2}$$

b)
$$\frac{15x + 9x^4}{3x^3}$$

c)
$$\frac{x^2 + 49 - 14x}{x - 7}$$

d)
$$\frac{15x}{x^3 - 2x}$$

e)
$$\frac{6x^2 + 3x}{2x + 1}$$

f)
$$\frac{x^2 - 36}{x^2 + 36 + 12x}$$

11. Realiza las operaciones con fracciones siguientes (simplificando el resultado, si es posible):

$$a) \frac{x+1}{x} + \frac{3x-2}{x^2}$$

$$b) \frac{3}{xy} - \frac{x+2}{x^2y} + \frac{y-3x}{x}$$

$$c) \frac{x-4}{x^2} \cdot \left(\frac{x}{x+2} - \frac{x^2-3x}{x-2} \right)$$

$$d) \frac{2}{y} - \frac{2x-1}{xy} + \frac{y+2x}{x^2}$$

$$e) \frac{x-1}{x^3} + \frac{3}{x^2}$$

$$f) \left(\frac{2x}{x+1} - \frac{3x^2+2x}{x-1} \right) \cdot \frac{2x+1}{x^2}$$

Tema 3

12. Resuelve las ecuaciones siguientes (factoriza primero):

$$a) x^3 + 4x^2 + 3x = 0$$

$$b) x^3 - 5x^2 + 3x + 6 = 0$$

$$c) x^3 - 2x^2 - 3x = 0$$

$$d) x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$e) x^3 + 4x^2 + 7x + 4 = 0$$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

$$a) x^4 - 3x^2 - 10 = 0$$

$$b) x^4 - 2x^2 - 3 = 0$$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones con incógnitas en los denominadores (¡ojo: recuerda comprobar todas las soluciones):

$$a) \frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} = \frac{4}{3}$$

$$b) \frac{2x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 3$$

15. Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales (¡ojo: recuerda comprobar todas las soluciones):

a) $\sqrt{7-2x} + 5 = x + 3$

b) $\sqrt{x+1} + 5 = x$

16. Resuelve los sistemas de ecuaciones siguientes (usa el método que prefieras):

a)
$$\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \frac{4y}{3} = 14 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases}$$

17. Resuelve algebraicamente las siguientes inecuaciones:

a) $3(x+2) \geq 2 + 5x$

b) $\frac{x-4}{4} + 1 < \frac{x+4}{8}$

c) $2(x+1) + 4 \geq 2 + 4x$

d) $\frac{2(x+2)}{3} < 2x$

e) $-x^2 + x + 2 < 6 - 3x$

18. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 4(x-1) > 3x-2 \\ 3x \geq 5x+14 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x+5 > 4 \\ 5-4x \leq -3x \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3(x+1) < 3+2x \\ 6-x \leq 9 \end{cases}$$

Tema 4

19. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{-3}{2x+10}$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{6}{x-10}$$

$$\text{b) } f(x) = \sqrt{x-10}$$

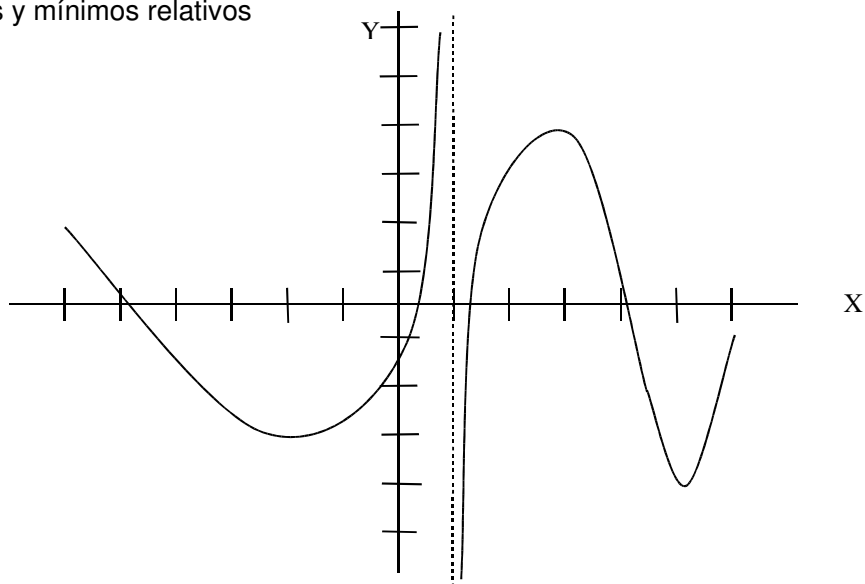
$$\text{e) } f(x) = \sqrt{3x+12}$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{9}{\sqrt{x^2-9}}$$

$$\text{f) } f(x) = \frac{4}{\sqrt{x^2-2x-3}}$$

20. De la siguiente gráfica, identifica:

- Domínio de la función, y puntos de discontinuidad (indica el tipo).
- Intervalos donde es creciente y donde es decreciente.
- Máximos y mínimos relativos



21. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(3,1) y B(-2,5).
22. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,-3) y tiene pendiente 4. Representala gráficamente.
23. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,-4) y B(0,-6).
24. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (-2,5) y tiene pendiente -3. Representala gráficamente.
25. Representa gráficamente la recta $3x - 2y + 1 = 0$ e indica cuanto valen la pendiente y la ordenada en el origen.
26. Escribe la ecuación de la recta que pasa por el punto (-1, 2) y es paralela a la recta $y=3x - 5$.
27. Representa la función siguiente y estudia su continuidad:

$$a) y = \begin{cases} -2x - 6 & \text{si } x < -1 \\ 3 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ x + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ -x + 5 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Tema 5

28. Representa las parábolas siguientes, hallando previamente la posición del vértice, los puntos de corte con los ejes.
- a) $y = x^2 - 12x + 11$
- b) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$
- c) $y = x^2 - 10x + 21$
- d) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x$

29. Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x+1} - 3$

b) $y = \frac{1}{x-1} + 2$

c) $y = \sqrt{x-3} + 1$

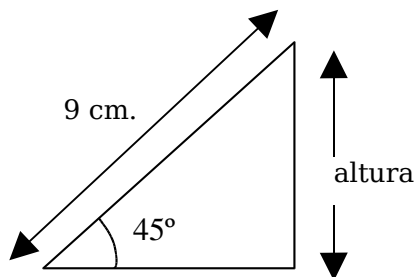
d) $y = \frac{1}{x+3} - 1$

e) $y = 4^x$

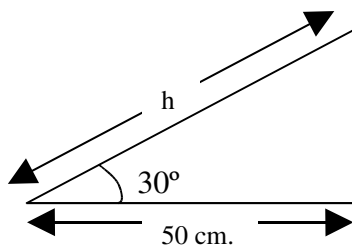
f) $y = 0,3^x$

Tema 7

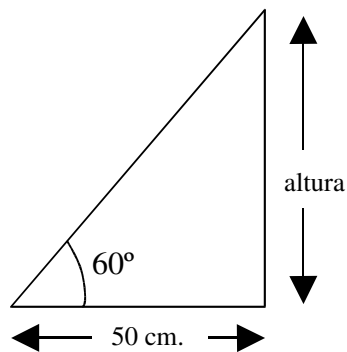
30. Calcula el valor de la altura del triángulo siguiente:



31. En el siguiente triángulo rectángulo, calcula el valor de la hipotenusa:



32. ¿Cuánto vale la altura del siguiente triángulo rectángulo?



33. Sabiendo que el $\cos 65^\circ = 0.4226$, ¿Cuánto valdrá el $\sin 65^\circ$ y $\operatorname{tg} 65^\circ$?

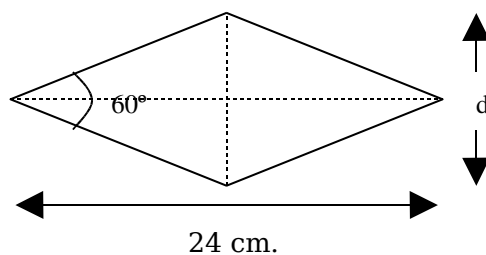
34. Conociendo que $\operatorname{tg} 40^\circ = 0.839$, calcula $\cos 40^\circ$ y $\sin 40^\circ$.

35. El $\sin 50^\circ = 0.766$. Calcula: $\cos 50^\circ$ y $\operatorname{tg} 50^\circ$.

36. Calcula la altura de un poste de teléfonos si sabemos que su sombra mide 13 metros y los rayos del Sol forman con el suelo un ángulo de 50° .

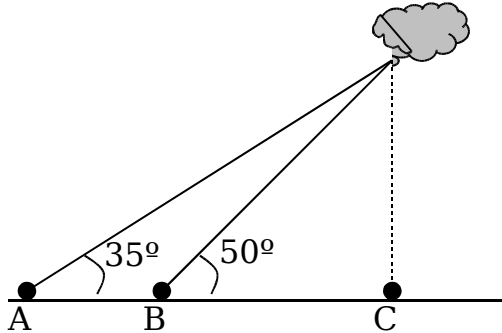
37. Apoyamos una escalera de 2 m de largo en una pared, formando un ángulo de 70° con el suelo. ¿A cuánta distancia del suelo apoyará la parte superior de la escalera?

38. ¿Cuánto mide la diagonal menor de un rombo, cuya diagonal mayor mide 24 cm., si sabemos que su ángulo menor es de 60° ?



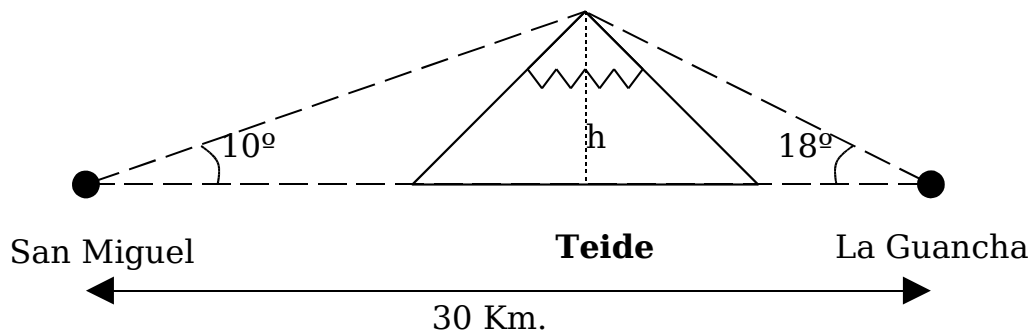
39. En una visita al cementerio, observamos que hay un ciprés bastante alto. Queremos medir su altura, pero no encontramos una escalera lo bastante alta. Para poder medir la altura procedemos de la siguiente forma: Vemos que los rayos del Sol forman con el suelo un ángulo de 30° , y medimos la sombra del árbol con una cinta métrica obteniendo un valor de 25 metros. ¿Cuál es la altura del ciprés?

40. Dos observadores A y B están viendo una nube y quieren calcular a qué altura del suelo se encuentra. La distancia entre los observadores A y B es de 10 m. La disposición de los observadores y la nube es la siguiente:

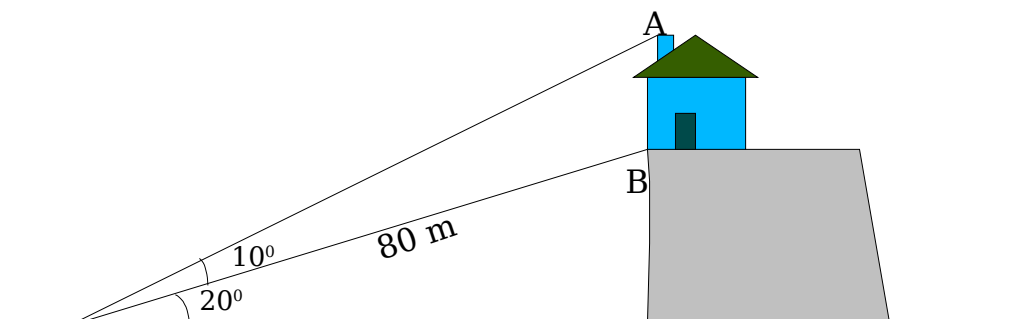


A, B y C están alineados. ¿A qué altura está la nube?

41. Estamos en la isla de Tenerife y queremos medir la altura del Teide. Para ello medimos el ángulo que forma con la horizontal este pico, visto desde las localidades de San Miguel y de La Guancha (la distancia entre los dos pueblos es de 30 km). Los ángulos obtenidos están en el siguiente dibujo. ¿Cuántos metros mide de alto al Teide?



42. Calcula la altura de la casa (AB):



Tema 8

43. Dados los vectores $\vec{u}(4, -2)$ $\vec{v}(-2, -1)$, calcula las coordenadas del vector \vec{w} que es el siguiente: $\vec{w} = -3\vec{u} + \vec{v}$ y represéntalo.
44. Halla las coordenadas del punto medio del segmento de extremos: A(-2, 3) y B(-5, 0).
Calcula también la longitud del segmento.
45. Calcula m para que los puntos R(1,3) S(-2,m) y T(5,0) estén alineados.
46. Dados los vectores $\vec{u}(3,1)$ $\vec{v}(x,-1)$ $\vec{w}(6,y)$ Calcula x e y para que se cumpla:
 $-3\vec{u} - \vec{v} = 2\vec{w}$
47. Escribe la ecuación de la recta que pase por el punto (1, 3) y sea paralela a $2x - y + 1 = 0$.
48. Dados los puntos A(-1,2) y B(1,6), halla la ecuación de la recta que pasa por el punto B y es perpendicular a \overline{AB} .
49. Determina el punto de corte de las rectas: $r: 3x + 2y + 1 = 0$ $s: x - 3y - 1 = 0$

Tema 9

50. Se ha pasado un test de 80 preguntas a 600 personas. El número de respuestas correctas se refleja en la siguiente tabla:

<i>Respuestas correctas</i>	<i>Número de personas</i>
[0, 10)	34
[10, 20)	48
[20, 30)	70
[30, 40)	95
[40, 50)	103
[50, 60)	105
[60, 70)	80
[70, 80)	65

- Representa gráficamente los datos.
- Calcula la media y la desviación típica.
- Calcula la mediana, la moda y el coeficiente de variación.

51. A un grupo de 24 personas se les mide el nº de pulsaciones por minuto, obteniéndose los resultados:

85	60	56	64	75	70	80	69
62	63	58	75	79	83	68	70
55	72	76	73	59	63	72	77

- Construye una tabla de frecuencias con los datos agrupados en cinco intervalos.
- Haz una representación gráfica. ¿Qué tipo de variable es?
- Calcula la media y la desviación típica.

Tema 10

52. Una bolsa contiene bolas numeradas del 1 al 9. La experiencia consiste en extraer una bola:

- Escribe el espacio muestral.
- Considera los sucesos A ="obtener múltiplo de 2". B ="obtener mayor que 5"
- Considera los sucesos C ="obtener múltiplo de 3". D ="obtener menor que 7"
- Escribe los sucesos: A , B , B' , $A \cup B$, $A \cap B$.
- Escribe los sucesos: C , D , C' , $C \cup D$, $C \cap D$.

53. Se dispone de una baraja española de 40 cartas, se extrae una carta:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un AS?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un AS o un basto?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea OROS?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un REY o BASTOS?

54. En una empresa hay 400 trabajadores, 210 son mujeres. Usan ordenador 130 hombres y 140 mujeres. Se elige un trabajador al azar entre los 400. Calcula la probabilidad de que:

- Sea mujer.
- Sea hombre.
- Sea mujer y use ordenador.
- Sea hombre y NO use ordenador.

55. Lanzamos **dos** dados. Sean los sucesos: A ={Suma de puntos es 6}, B ={Uno de los dados ha salido 2}, C ={En los dos dados salió el mismo nº}. Escribe los sucesos elementales de A , B , C , $A \cup B$ y $A \cap C$.

56. En un instituto hay 320 alumnos, 142 son chicos. Usan gafas 26 chicos y 30 chicas. Se elige un alumno al azar entre los 320. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea chico.
- b) Sea chica.
- c) Sea chico y use gafas.
- d) Sea chica y NO use gafas.

57. Disponemos de una urna con 5 bolas de color negro y 4 bolas de color blanco en su interior. Extraemos dos bolas una después de otra (sin reintegrarlas).

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean blancas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea blanca y la segunda negra?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda sea negra sin importar el color de la primera?

58. Disponemos de una urna con 3 bolas de color rojo y 5 bolas de color azul en su interior. Extraemos dos bolas una después de otra (sin reintegrarlas).

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea azul y la segunda roja?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda sea roja sin importar el color de la primera?

59. Una urna contiene 5 bolas negras, 4 bolas blancas y 7 amarillas. Se extraen tres bolas (sin reintegrar). Calcula:

- a) La probabilidad de que las tres sean negras.
- b) La probabilidad de tener una blanca, una negra y una amarilla (en éste orden).
- c) La probabilidad de tener las tres del mismo color.

60. En la lotería primitiva se extraen bolas numeradas del 1 al 49. Calcula la probabilidad de que la primera bola extraída:

- a) Sea un número de dos cifras.
- b) Sea un número múltiplo de 6.
- c) Sea un número menor que 18.

61. En el interior de una urna hay tres bolas marcadas con los números 1, 2 y 3. Se extrae una bola al azar, después otra y luego la tercera (**sin reemplazamiento**). Calcula la probabilidad de que la primera **no** sea la que tiene el 1, la segunda **no** tenga el 2 y la tercera **no** lleve el 3.